

der Zahl dem Begriff nach bereits überschritten wird, und die denn auch in folgerechter Weiterbildung zum Imaginären zwingend hinführt. Der radikale Grund der Einführung des Dimensionsbegriffs in die Zahl liegt aber darin, daß schon mit den Vorzeichen nicht nur zwei Beziehungsarten, sondern zugleich eine Beziehung dieser Beziehungsarten gesetzt ist. Nicht bloß Wertbeträge haben eine und zwar doppelseitige Lagebeziehung, sondern diese Lagebeziehungen haben auch gegeneinander eine Lagebeziehung. Damit ist bereits die Positionsbetrachtung zur zweiten Dimension erhoben. Die Potenz, als Potenz der Lagebeziehung, ist schon die Dimension. Die Einzigkeit der Urreihe behält dabei ihre strenge Notwendigkeit, nämlich als Vergleichsgrundlage für jede über die ursprüngliche Reihe hinausgehende Zahlsetzung. Sie wird dadurch zur Nullreihe, im Sinne des festen Ausgangs für alle möglichen Positionsbeziehungen. Eben als solche war sie streng eindeutig zu definieren und alle Mannigfaltigkeit von Richtungen von ihr auszuschließen, gerade damit eine solche sich auf ihr aufbauen könne. Die „gerade“ Reihe wird so zur Reihe vom Winkel Null; die gerade reelle (positiv-negative) Zahlreihe stellt den gestreckten Winkel als Winkel 1 (die Fundamentaländerung der Beziehungsrichtung) dar; der Übergang vom Plus- zum Minussinn oder umgekehrt definiert sich damit als Richtungsänderung vom Betrage 1; so entspricht dann die halbe Potenz ( $-^{1/2}$ ) der Halbierung des gestreckten Winkels, also der Normale, die beliebig gebrochene Potenz der beliebigen Winkelteilung von 0 bis 1. Auch ein Fortgang zu weiteren Dimensionen, wie er durch H. Graßmanns „Ausdehnungslehre“ der Sache nach vollzogen ist, ist damit prinzipiell begründet; womit das System der Zahlen sich in umfassendster Weite und zugleich strenger logischer Einheit vollendet.

Die letzte Bedeutung der Einführung der Begriffe Richtung und Dimension in die Zahl (die in der „komplexen Zahl“ enthalten ist) besteht aber darin, daß dadurch die Kluft zwischen Zahl und Raum, zwischen Arithmetik und Geometrie, die durch die Einführung der Stetigkeit in die Zahl schon sehr verengt war, vollends ausgefüllt, der Übergang zum streng stetigen wird; nicht indem die Zahl irgendetwas aus der „Anschauung“ des Raumes zu