

stattfindet. Ein kontinuierlicher Übergang zwischen Minus- und Plusinn ist also nur durch eine begriffliche Neuschöpfung möglich, die aber kraft der Kontinuität des Denkens unabweislich gefordert ist. Es vollzieht doch die Wendung vom Grundsinn zum Gegensinn und umgekehrt, und beschreibt diesen Übergang kontinuierlich, gleichsam als Drehung, die sich auch als kontinuierliche Winkeländerung auffassen läßt. In der Tat ist mit der Relation der Relationen Plus und Minus der Begriff des Winkels (einer Größe der Verschiedenheit der Beziehungsart) der Sache nach schon gesetzt. Also gibt es für das Denken das Kontinuum der Richtungen ebenso wie das Kontinuum der Werte; und da die Zahl das Moment der Richtung von Haus aus einschließt, so fordert diese neue Kontinuität einen gesetzmäßigen Ausdruck auch in der Zahl. Dieser ergibt sich, nach der Konsequenz der Zeichensprache der Arithmetik, mit Notwendigkeit so, daß das Minus nicht nur in ganze, sondern ebensowohl in gebrochene Potenz erhoben werden kann; d. h. es ergibt sich die sogenannte Imaginärzahl, in einfachster Gestalt $(-1)^{1/2}$ oder $\sqrt{-1}$, die als neue Einheit i in Verbindung mit der ursprünglichen Einheit die „komplexe Zahl“ ($a + bi$, wo a und b gewöhnliche Zahlen, zur Einheit 1, sind) und damit die „Zahlebene“ begründet.

Der natürliche Anstoß an der Einführung der kontinuierlichen Richtungsänderung in die Zahl liegt darin, daß mit der Mehrheit der Richtungen zugleich eine Mehrheit von Dimensionen eingeführt wird, welche der Zahl an sich fremd, vom Raum erst künstlich auf sie übertragen erscheint. Wohl aus diesem letzten Grunde hat die Mathematik sich Jahrhunderte hindurch gesträubt, das „Imaginäre“ als rechtmäßigen arithmetischen Begriff anzuerkennen, obgleich man es als „Fiktion“ zuzulassen gar nicht umhin konnte, wenn nicht die folgerechte Durchführung der arithmetischen Grundoperationen unterbleiben sollte. Nun genügt, um den Anstoß zu heben, noch nicht die an sich richtige Bemerkung (Hamilton's), daß alle Erweiterungen der Zahl auf der Einführung verschiedener, aber verknüpfter Zählungen (Zählungen mit verschiedenen Einheiten) beruhen. Das trifft zuerst auf die relative Zahl zu, in deren multiplikativer Entwicklung in der Tat die ursprünglich einzige Dimension