

§ 27. Veränderliche, Funktion und Infinitesimal- methode.

Der Begriff einer zählbaren Größe ist damit zuerst gegeben, daß den einzelnen, quantitativ bestimmten Werten die qualitativ, nämlich durch irgendein Gesetz der Bildung der Werte definierte „Veränderliche“ sich gleichsam als Gattung überordnet (§ 17). Die Zahl selbst wird als Größe gedacht, indem sie selbst als Gattung (vgl. § 26, Abs. 2) ihren sukzessiven Einzelwerten gegenübertritt. Sie kann dann auch gedacht werden als Repräsentant einer gleichförmigen Veränderung, auf welche bezogen alsdann irgendwelche zwei Veränderliche in dem stetigen Gang ihrer Änderung vergleichbar werden. Hierauf gründet sich der Begriff der Funktion, als einer Größe, der „abhängig Variablen“ $y = f(x)$, deren Änderungen nach bestimmtem Gesetz von den entsprechend der stetigen Entwicklung der Zahlreihe sich folgenden Änderungen einer andern Größe, der „unabhängig Variablen“ x , abhängen. Die logische Grundlage dieser Abhängigkeitsbeziehung wurde oben (§ 19) in den Gesetzen der Synthesis der Relation nachgewiesen. Auf dem Wege des Grenzverfahrens ergibt sich dann für das Verhältnis der Differenzen der in solcher Weise verknüpften Größen y und x , wenn diese Differenzen sich gemeinsam der Null unbegrenzt nähern, ein definiter Ausdruck, der „Differentialquotient“ $\frac{dy}{dx}$, der nach dem Sinn dieser Zeichen bedeuten soll das Verhältnis der unendlich kleinen („infinitesimalen“) Änderungen der Variablen y und x . Wirklich zeigt der Differentialquotient das durch die stetige, nach bestimmtem Gesetz geschehende Änderung im unteilbaren diskreten Punkt erreichte Ergebnis der Änderung, und zwar in einem neuen, für jeden Punkt gültigen Gesetzesausdruck an. So ist durch den Differentialquotienten der Gleichung für den Fallraum, $s = \frac{1}{2}gt^2$, die Endgeschwindigkeit im Fall, gt , so durch den Differentialquotienten der Gleichung einer Kurve die Richtung der Tangente bestimmt, und es kann dann umgekehrt etwa aus den stetig wachsenden Endgeschwindigkeiten der Fallraum, aus den stetigen Richtungsänderungen der Tangente die Kurve, wie durch unendliche Summation der unendlich