nachdem man annahm, daß durch einen Punkt zu einer Geraden viele oder keine Parallele möglich seien. Der Satz, daß die Winkelsumme des Dreiecks zwei rechte Winkel betrage, ist bekanntlich aus dem Parallelenaxiom beweisbar, ist im Grunde dasselbe wie dieses Axiom. Die „nicht-euklidischen" Geometrien lassen sich daher auch so kennzeichnen, daß in der einen dieser Geometrien die Winkelsumme des Dreiecks kleiner, in der anderen aber größer als zwei rechte Winkel ist.

Soweit ist mit der „Metageometrie" in der Tat alles in Ordnung; sie ist eine Leistung von ganz außerordentlichem Scharfsinn.

Aber nun ging man weiter. Man wollte sich die Gebilde der nicht-euklidischen Geometrien anschaulich vorstellen, ebenso wie man sich ein Dreieck, eine Ellipse, einen Kreis anschaulich als Gebilde im Raum vorstellen und mit Raumesausdrücken wie „gerade", „gekrümmt" usw. beschreiben kann.

Der Begriff der „Krümmung" spielt eine besondere Rolle dabei. Jeder Anfänger in der Geometrie weiß, was dieser Begriff im Rahmen der euklidischen Geometrie mit Rücksicht auf Linien und Flächen bedeutet: ein Kreis, eine Ellipse einerseits, eine Kugeloberfläche, eine Eioberfläche, ein Ellipsoid andererseits sind „gekrümmt", und zwar haben, um hier nur auf gekrümmte Linien Bezug zu nehmen, Kreise überall gleiche Krümmung, während bei einer Ellipse oder Parabel an den verschiedenen Stellen ein verschiedenes „Krümmungsmaß" besteht, das durch die Größe des Radius des sogenannten Krümmungskreises gemessen wird, das heißt durch die Größe des Radius desjenigen Kreises, welcher die in Frage stehende Kurve an ihren verschiedenen Orten von innen „berührt", das heißt auf eine „unendlich kleine" Strecke hin mit ihr denselben Verlauf hat. Je größer der Radius des Krümmungs-